www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶/ ۶/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که رابطه ی زیر بر قرار است. $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$	۱/۵
۲	با استدلال استنتاجی ، نشان دهید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی ، مضرب ۸ است .	۱
۳	با ذکر دلیل بنویسید آیا (3^n+4) همیشه یک عدد اول است ؟	۰/۵
٤	اگر n عدد طبیعی و ($3n+2$) عددی فرد باشد ، با استدلال برهان خلف ، نشان دهید که n نیز عددی فرد است.	۱
٥	نشان دهید که اگر هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه $S=\{1,2,3,\ldots,9\}$ را در نظر بگیریم ، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد .	۱/۲۵
٦	مجموعه های زیر را به صورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید . $B=\{-\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2}\}$ و $A=\{-1,0,1,8,27,\ldots\}$	۱/۲۵
۷	اگر A زیر مجموعه B باشد ، با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید . $B-(B-A)=A$	۱/۵
۸	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید . $R=\{(x,y)\mid x,y\in\mathbb{R},\ x^2+y^2\le 4,\ y\le x^2\}$	۰/۷۵
۹	رابطه ی R روی اعداد صحیح (Z) ، به صورت $a\ R\ b \Leftrightarrow a^2+2b=b^2+2a$ تعریف شده است : الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[2]$ را محاسبه کنید .	۱/۵
	«ادامه سؤالات در صفحه ی دوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶/ ۶/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست است . الف) مثال نقض ، برای اثبات درستی یک قضیه کلی به کار می رود . ب) اگر $x \notin (A \cap B)$ آنگاه $x \in B'$ یا $x \in A'$. ج) حاصل ضرب دکارتی $A \times B = \emptyset$ آنگاه $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$. د) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آنگاه داریم : $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۱
۱۱	با اعداد طبیعی کوچکتر از ۶ ، اعداد دو رقمی می سازیم : الف) تعداد اعضای فضای نمونه این پیشامد تصادفی را بنویسید . ب) پیشامد A را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد زوج و کمتر از ۴۰ باشند . ج) پیشامد B را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد فرد و بیشتر از ۴۰ باشند .	۲
۱۲	می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه لااقل یک نفر رشته ریاضی باشد .	۱/۵
۱۳	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه ای باشد و داشته باشیم : $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$ مطلوب است محاسبه $P(a')$ و $P(b)$.	۱/۵
۱۴	یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد .	۱/۵
۱۵	عددی به تصادف از مجموعه $\{1, 2, 3, \ldots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم ، مطلوب است احتمال آن که عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد .	۱/۵
۱۶	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $P(A) = 0/2$ و $P(B) = 0/3$ و $P(A \cup B) = 0/4$ احتمال آن را محاسبه کنید که هر دو پیشامد A و B با هم اتفاق بیفتند .	۰/۷۵
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶/ ۶/ ۱۳۹۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

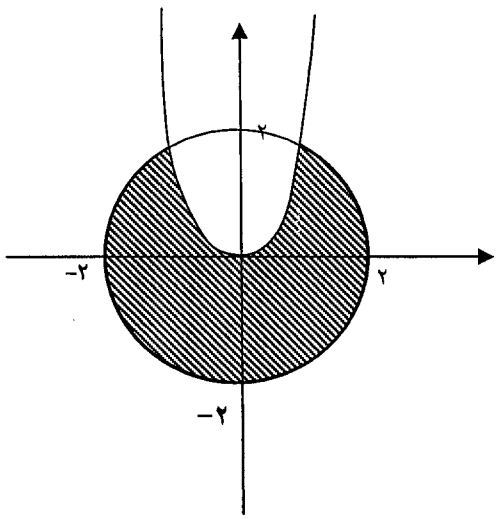
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1): 1^3 = \left(\frac{1(2)}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 = 1$ (۰/۲۵) $P(K): 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + K^3 = \left(\frac{K(K+1)}{2}\right)^2$ فرض استقراء (۰/۲۵) $P(K+1): 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + K^3 + (K+1)^3 = \left(\frac{(K+1)(K+2)}{2}\right)^2$ حکم استقراء (۰/۲۵) $P(K+1): \left(\frac{K(K+1)}{2}\right)^2 + (K+1)^3 = (K+1)^2\left(\frac{K^2}{4}+K+1\right) =$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $(K+1)^2\left(\frac{K^2+4K+4}{4}\right) = \left(\frac{(K+1)(K+2)}{2}\right)^2$ (۰/۲۵)	۱/۵
۲	$(2K)(2K+2) = (4K^2+4K) = 4k(k+1) = 4(2K') = 8K'$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۳	خیر (۰/۲۵) ، $85 = 4+3^4$ $\Rightarrow n=4$ اول نیست . (۰/۲۵)	۰/۵
۴	$n=2k \Rightarrow 3(2k)+2 = 6k+2 = 2(3k+1) = 2A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) خلاف حکم به خلاف فرض رسیده ایم ، پس همان حکم داده شده صحیح است. (۰/۲۵)	۱
۵	هر مجموعه A که ۶ عضوی انتخاب شود ، ۶ عضو = تعداد کبوترها (۰/۲۵) تعداد حالاتی که ۱۰ ایجاد می شود با استفاده از اعداد تکرار ی یا اعداد بی تکرار (۵ حالت) یا (۴ حالت) = تعداد لانه ها (۰/۵) $\{(5,5)(4,6),(3,7),(2,8),(1,9)\}$ یا $\{(4,6),(3,7),(2,8),(1,9)\}$ بر طبق اصل لانه کبوتر $5>6$ یا $4>6$ پس حداقل دو عضو با مجموع ۱۰ وجود دارد. (۰/۵)	۱/۲۵
۶	$A = \{x^3 \mid x \in z,\ x \geq -1\}$ (۰/۵) حاصلضرب دو ریشه مجموع دو ریشه $S = 0,\ P = -2 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow B = \{x \mid x^2 - 2 = 0\}$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۷	$B-(B-A) = B-(B\cap A') = B\cap(B\cap A')' = B\cap(B'\cup A) = (B\cap B')\cup(B\cap A) = \emptyset\cup(B\cap A) = A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $A\subset B$ طبق فرض (۰/۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶/ ۶/ ۱۳۹۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

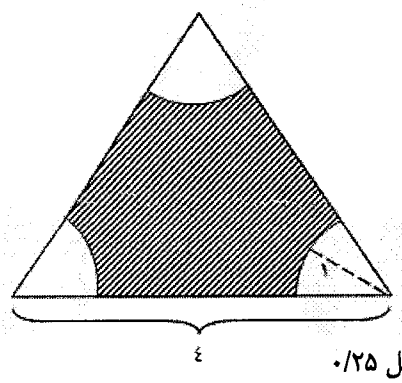
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	رسم دایره (۰/۲۵) رسم سهمی (۰/۲۵) مشخص شدن ناحیه مشترک (۰/۲۵)  	۰/۷۵
۹	۱) $aRa \Rightarrow a^۲ + ۲a = a^۲ + ۲a$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) ۲) $aRb \Rightarrow bRa$ $a^۲ + ۲b = b^۲ + ۲a \Rightarrow b^۲ + ۲a = a^۲ + ۲b \Rightarrow bRa$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) ۳) $(aRb \text{ و } bRc) \Rightarrow aRc$ $\left.\begin{matrix} a^۲ + ۲b = b^۲ + ۲a \\ b^۲ + ۲c = c^۲ + ۲b \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^۲ + ۲c = c^۲ + ۲a \Rightarrow aRc$ رابطه تعدی (۰/۵) این دو رابطه را جمع می کنیم . هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است . $[۲] = \{x \mid xR۲\} \Rightarrow \{x \mid x^۲ + ۴ = ۴ + ۲x\} = \{۰ , ۲\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۱۰	الف) نادرست ب) درست ج) نادرست د) درست هر قسمت (۰/۲۵) نمره دارد .	۱
۱۱	الف) $n(S) = ۲۵$ (۰/۵) ب) هر دو عضو نوشته شده ۰/۲۵ نمره دارد . $A = \{۱۲ , ۱۴ , ۲۲ , ۲۴ , ۳۲ , ۳۴\}$ (۰/۷۵) ج) $B = \{۴۱ , ۴۳ , ۴۵ , ۵۱ , ۵۳ , ۵۵\}$ (۰/۷۵)	۲
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۶/ ۶/ ۱۳۹۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$P(A)=\frac{\binom{۶}{۱}\binom{۱۰}{۲}+\binom{۶}{۲}\binom{۱۰}{۱}+\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۶}{۳}}=\frac{۴۴۰}{۵۶۰}=\frac{۱۱}{۱۴}$ (۰/۲۵) صورت کسر هر قسمت نوشته شده ۰/۲۵ نمره و مخرج کسر ۰/۵ نمره داده شود.	۱/۵
۱۳	$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=۱ \Rightarrow$ (۰/۲۵) $۲x+x+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۶}$ (۰/۵) , $P(b)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $P(a')=۱-P(a)=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	(۰/۵) $P(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲-\frac{\pi}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}=\frac{۴\sqrt{۳}-\frac{\pi}{۲}}{۴\sqrt{۳}}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)  شکل ۰/۲۵	۱/۵
۱۵	A= بخش پذیری بر ۳ $\Rightarrow P(A)=\frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۳}\right]}{۱۰۰۰}=\frac{۳۳۳}{۱۰۰۰}$ B= بخش پذیری بر ۵ $\Rightarrow P(B)=\frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۵}\right]}{۱۰۰۰}=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}$ (۰/۲۵) $P(A\cap B)=\frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۱۵}\right]}{۱۰۰۰}=\frac{۶۶}{۱۰۰۰}$ (۰/۵) $P(A'\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{۲۰۰}{۱۰۰۰}-\frac{۶۶}{۱۰۰۰}=\frac{۱۳۴}{۱۰۰۰}$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۱۶	تشخیص پیدا کردن اشتراک دو پیشامد ۰/۲۵ نمره دارد . $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B) \Rightarrow P(A\cap B)=۰/۲+۰/۳-۰/۴=۰/۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی :

لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com